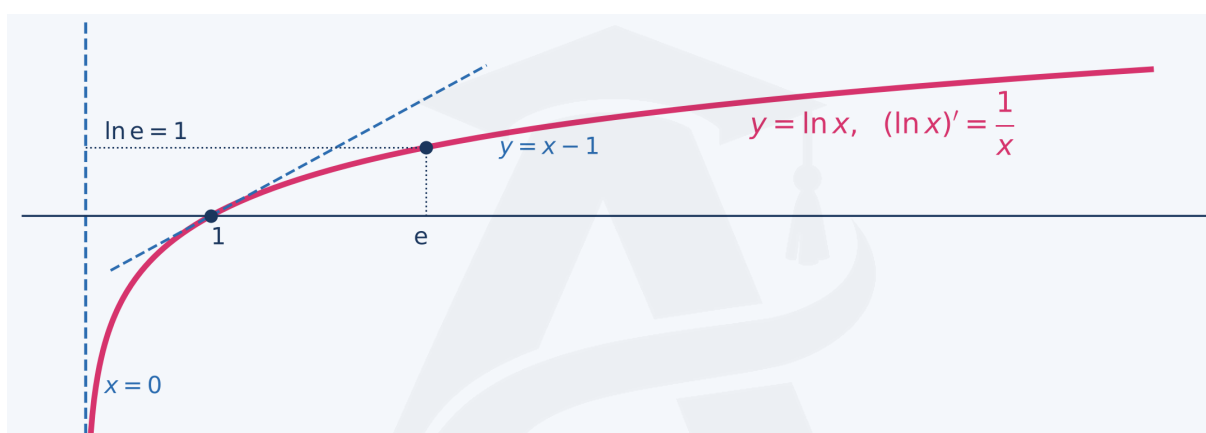


7

LA FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

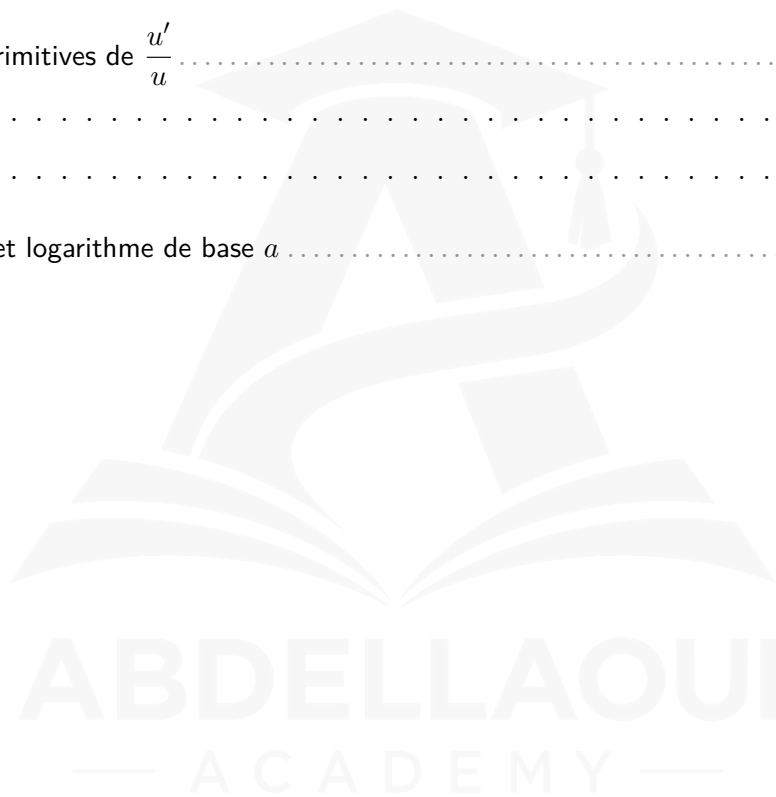


En quelques mots. Ce chapitre construit la fonction logarithme népérien comme primitive de $x \mapsto 1/x$, en établit les propriétés algébriques, les limites et le tableau de variations, puis traite équations, inéquations, dérivation de $\ln(u)$, primitives de u'/u et logarithme de base a .

Objectifs	• Définir $\ln$ et résoudre équations et inéquations avec $\ln$ • Utiliser les propriétés algébriques pour simplifier • Connaître les limites de référence et lever des formes indéterminées • Étudier la fonction $\ln$, le nombre e, la courbe • Dériver $\ln(u)$ et primitiver u'/u ; manipuler $\log_a$
Prérequis	• Primitives, dérivation, continuité • Limites, branches infinies, étude de fonctions
Instruments pédagogiques	• Activités de découverte • Applications guidées • Exercices corrigés par thème • Synthèse et test
Volume horaire	18 heures (indicatif)
Évaluation	Test de fin de chapitre (1 h 30)

Au sommaire de ce chapitre

I Définition et premières propriétés	3
La fonction logarithme népérien	1, p. 3
Ensemble de définition	2, p. 4
Équations et inéquations	3, p. 4
II Propriétés algébriques	5
Logarithme d'un produit, d'un quotient, d'une puissance	1, p. 5
III Limites fondamentales	6
Limites de référence	1, p. 6
IV Étude de la fonction logarithme népérien	8
Variations, nombre e , courbe	1, p. 8
V Dérivée de $\ln(u)$ et primitives de $\frac{u'}{u}$	9
Dérivée de $x \mapsto \ln(u(x))$	1, p. 9
Primitives de $\frac{u'}{u}$	2, p. 10
VI Logarithme décimal et logarithme de base a	11



I Définition et premières propriétés

1 La fonction logarithme népérien

Activités

Activité 7.1 : Une nouvelle primitive

Soit $f(x) = \frac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$.

1. Justifier que f admet des primitives sur $]0; +\infty[$. Soit F celle qui s'annule en 1 : on l'appelle *logarithme népérien* et on la note $\ln$.
2. Déterminer le sens de variation de $\ln$ sur $]0; +\infty[$.
3. Comparer $\ln x$ et $\ln 1$ selon que $0 < x < 1$ ou $x > 1$.
4. Soient $x, y > 0$. Montrer que $x > y \iff \ln x > \ln y$.

Définition 7.1 : Logarithme népérien

La fonction *logarithme népérien*, notée $\ln$, est la primitive de $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$ qui s'annule en 1. Son ensemble de définition est $]0; +\infty[$.

Propriété 7.1 : Conséquences

- $\ln 1 = 0$.
- $\ln$ est continue et dérivable sur $]0; +\infty[$, et $\ln'(x) = \frac{1}{x}$.
- $\ln$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

Pour tous $x, y > 0$: $\ln x = \ln y \iff x = y$ et $\ln x > \ln y \iff x > y$. En particulier : $\ln x = 0 \iff x = 1$; $\ln x > 0 \iff x > 1$; $\ln x < 0 \iff 0 < x < 1$.

2 Ensemble de définition

Remarque : Condition d'existence

$\ln(u(x))$ existe si et seulement si $u(x) > 0$. Pour déterminer D_f , on résout $u(x) > 0$ (tableau de signe), en ajoutant les autres conditions (dénominateur non nul, racine...).

Exemple 7.1 Domaines

$f(x) = \ln(x-3) : x-3 > 0 \iff x > 3$, donc $D_f =]3; +\infty[$. $g(x) = \ln \frac{x+1}{x-2}$: il faut $\frac{x+1}{x-2} > 0$; le tableau de signe donne $D_g =]-\infty; -1[\cup]2; +\infty[$.

Application 7.1 : Ensemble de définition

Déterminer l'ensemble de définition de $f(x) = \ln(x^2 - x)$ et de $g(x) = \frac{x}{3 - \ln x}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3 Équations et inéquations

Remarque : Méthode

Pour résoudre $\ln u(x) = \ln v(x)$ (ou $\ln u(x) \leq \ln v(x)$) :

1. déterminer le domaine D : ensemble des x tels que $u(x) > 0$ et $v(x) > 0$;
2. résoudre dans D l'équation $u(x) = v(x)$ (ou l'inéquation $u(x) \leq v(x)$), grâce à la croissance stricte de $\ln$;
3. conserver seulement les solutions qui appartiennent à D (intersection avec D).

Exemple 7.2 Équations

$\ln(x+6) = \ln 3 : D =]-6; +\infty[; x+6 = 3 \iff x = -3 \in D; S = \{-3\}$.

$\ln(x+2) - \ln(3-x) = 0 : D =]-2; 3[; \ln(x+2) = \ln(3-x) \iff x+2 = 3-x \iff x = \frac{1}{2} \in D; S = \{\frac{1}{2}\}$.

Exemple 7.3 Inéquations

$\ln(5x+3) > \ln 13 : D =]-\frac{3}{5}; +\infty[; 5x+3 > 13 \iff x > 2; S =]2; +\infty[$.

$\ln(6-x) - \ln(3+x) \leq 0 : 6-x > 0$ et $3+x > 0$ donnent $D =]-3; 6[$; l'inéquation équivaut à $6-x \leq 3+x \iff x \geq \frac{3}{2}; S = [\frac{3}{2}; 6[$.

Application 7.2 : Équations et inéquations

Résoudre : (1) $\ln(x+2) = \ln(1-x)$; (2) $\ln(x^2+1) = \ln(2x)$; (3) $\ln(x^2-4) \leq \ln 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

II Propriétés algébriques**1 Logarithme d'un produit, d'un quotient, d'une puissance****Activités****Activité 7.2 : De la somme au produit**

Soit $a > 0$ fixé, $g(x) = \ln(ax)$ et $h(x) = \ln x + \ln a$ sur $]0; +\infty[$.

1. Montrer que g et h sont deux primitives de $x \mapsto \frac{1}{x}$.
2. Calculer $g(1)$ et $h(1)$. En déduire $g = h$, puis $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ pour $a, b > 0$.
3. Calculer $\ln a + \ln \frac{1}{a}$ et $\ln a + \ln \frac{a}{b}$; en déduire $\ln \frac{1}{a}$ et $\ln \frac{a}{b}$.
4. Montrer par récurrence que $\ln(a^n) = n \ln a$ pour $n \in \mathbb{N}$.

ABDELLAOUI

— ACADEMY —

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Propriété 7.2 : Propriétés algébriques

Pour tous réels $a > 0$, $b > 0$:

1. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ 2. $\ln \frac{1}{a} = -\ln a$ 3. $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$
2. $\ln(a^r) = r \ln a$ pour tout $r \in \mathbb{Q}$; en particulier $\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$ et $\ln \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \ln a$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

Remarque : Avec des valeurs absolues

Si $xy > 0$: $\ln(xy) = \ln|x| + \ln|y|$ et $\ln \frac{x}{y} = \ln|x| - \ln|y|$. Pour $x \neq 0$: $\ln(x^2) = 2 \ln|x|$. Attention : $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ n'a de sens que pour $x > 0$ et $y > 0$.

Exemple 7.4 Simplifier

$$A = \ln \sqrt{2 - \sqrt{2}} + \ln \sqrt{2 + \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \ln [(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})] = \frac{1}{2} \ln(4 - 2) = \frac{1}{2} \ln 2.$$

Application 7.3 : Exprimer en fonction de $\ln 2$, $\ln 3$

Exprimer en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$: $\ln 72$, $\ln \frac{3}{4}$, $\ln \sqrt{\frac{2}{27}}$.

III Limites fondamentales

1 Limites de référence

Activités

Activité 7.3 : Comportement aux bornes

1. Calculer $\ln(2^n)$ en fonction de n ; en déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ (on rappelle que $\ln$ est croissante).
2. Avec $t = \frac{1}{x}$, déduire $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x$.
3. Calculer $\ln'(1)$ et en déduire $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$ puis $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{x}$.

★ Théorème 7.1 : Limites de référence

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$ ($n \in \mathbb{N}^*$) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0$ ($n \in \mathbb{N}^*$)
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

Preuve. La fonction $\ln$ est concave ($\ln''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$) donc sous sa tangente en 1 : $\ln t \leq t - 1$ pour $t > 0$.
 Pour $x > 1$: $\ln x = 2 \ln \sqrt{x} \leq 2(\sqrt{x} - 1) < 2\sqrt{x}$, d'où $0 < \frac{\ln x}{x} < \frac{2}{\sqrt{x}} \rightarrow 0$. La limite en 0^+ de $x \ln x$ s'obtient avec $t = \frac{1}{x}$: $x \ln x = -\frac{\ln t}{t} \rightarrow 0$. ■

Remarque : Croissances comparées

En $+\infty$, $\ln x$ croît beaucoup moins vite que toute puissance de x ; en 0^+ , x^n « l'emporte » sur $\ln x$. Ces deux limites évitent les formes indéterminées $\frac{\infty}{\infty}$ et $0 \times \infty$.

Exemple 7.5 Trois calculs

- (1) $x - \ln x = x \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right) \rightarrow +\infty$ en $+\infty$ (forme $\infty - \infty$ levée par factorisation).
- (2) $\frac{\ln(2x^2 + x + 1)}{x} = \frac{2 \ln x + \ln\left(2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}{x} \rightarrow 0$ en $+\infty$.
- (3) $x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \frac{\ln(1+t)}{t}$ avec $t = \frac{1}{x} \rightarrow 0$: limite 1.

Application 7.4 : Limites

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 \ln x + 1}{2 \ln x + 3}$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x^2} + \ln x\right)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+8x)}{x}$.

IV Étude de la fonction logarithme népérien

1 Variations, nombre e , courbe

Propriété 7.3 : Tableau de variations

$\ln$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$, avec $\ln(]0; +\infty[) = \mathbb{R}$.

x	0	$+\infty$
$\ln'(x) = \frac{1}{x}$		+
$\ln x$	$-\infty$	$+\infty$

Définition 7.2 : Le nombre e

Comme $\ln$ est continue, strictement croissante de $]0; +\infty[$ sur $\mathbb{R}$, l'équation $\ln x = 1$ admet une unique solution, notée e : $\ln e = 1$ et $e \approx 2,718$. Pour tout rationnel r , on a $\ln(e^r) = r$, et

$$\ln x = r \iff x = e^r \quad ; \quad \ln x \geq r \iff x \geq e^r \quad (x > 0, r \in \mathbb{Q}).$$

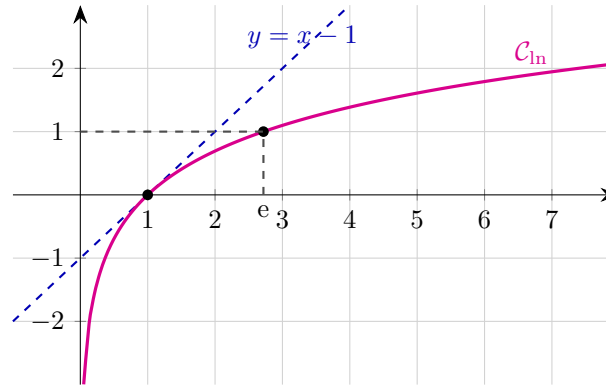
Propriété 7.4 : Branches infinies et tangente

Dans un repère orthonormé, $\mathcal{C}_{\ln}$ admet :

- l'axe (Oy) pour asymptote verticale ($\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$) ;
- en $+\infty$, une branche parabolique de direction (Ox) ($\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) ;
- au point d'abscisse 1, la tangente $y = \ln'(1)(x - 1) + \ln 1 = x - 1$.

Comme $\ln''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$, $\mathcal{C}_{\ln}$ est concave : elle reste sous ses tangentes, en particulier $\ln x \leq x - 1$.

Exemple 7.6 La courbe de $\ln$



Application 7.5 : Utiliser e et la monotonie

Résoudre $\ln x = -2$, $\ln x \geq 3$ et $\ln(2x - 1) < 1$.

V Dérivée de $\ln(u)$ et primitives de $\frac{u'}{u}$

1 Dérivée de $x \mapsto \ln(u(x))$

★ Théorème 7.2 : Dérivée de $\ln u$

Soit u dérivable sur un intervalle I avec $u(x) > 0$ pour tout $x \in I$. Alors $x \mapsto \ln(u(x))$ est dérivable sur I et

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}.$$

Propriété 7.5 : Avec une valeur absolue

Si u est dérivable sur I et ne s'annule pas sur I , alors $x \mapsto \ln |u(x)|$ est dérivable sur I et $(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$.

Exemple 7.7 Dériver

$$f(x) = \ln(4 - x^2) : D_f =]-2; 2[\text{ et } f'(x) = \frac{-2x}{4 - x^2}. \quad g(x) = \ln(1 + x^2) : D_g = \mathbb{R} \text{ et } g'(x) = \frac{2x}{1 + x^2}.$$

Application 7.6 : Dérivées

Calculer la dérivée de $f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{x+1}\right)$ sur $] -1; 3[$ et de $g(x) = \ln|x^2 - 2x|$ sur $]0; +\infty[$ privé de 2.

2 Primitives de $\frac{u'}{u}$

Propriété 7.6 : Primitives de u'/u

Si u est dérivable et ne s'annule pas sur l'intervalle I , les primitives sur I de $\frac{u'}{u}$ sont les fonctions $x \mapsto \ln|u(x)| + k$, $k \in \mathbb{R}$.

Exemple 7.8 Primitives

Sur $\mathbb{R}$: les primitives de $\frac{2x}{x^2+1}$ sont $\ln(x^2+1) + k$. Sur $] -\infty; 0[$: les primitives de $\frac{1}{x}$ sont $\ln|x| + k = \ln(-x) + k$.

Application 7.7 : Primitives avec $\ln$

Déterminer les primitives de $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ sur $]1; +\infty[$ et de $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$ sur $] -\infty; -4[$.

VI Logarithme décimal et logarithme de base a

Définition 7.3 : Logarithme de base a

Soit $a > 0$, $a \neq 1$. La fonction *logarithme de base a* est $\log_a : x \mapsto \frac{\ln x}{\ln a}$ sur $]0; +\infty[$. Pour $a = 10$, on note $\log = \log_{10}$: logarithme décimal ($\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$; en particulier $\log 10 = 1$).

Propriété 7.7 : Propriétés de $\log_a$

Pour $x, y > 0$: $\log_a(a) = 1$, $\log_a(1) = 0$,

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \quad \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y, \quad \log_a(x^r) = r \log_a x \quad (r \in \mathbb{Q}).$$

$\log_a$ est dérivable sur $]0; +\infty[$ et $\log'_a(x) = \frac{1}{x \ln a}$: elle est strictement croissante si $a > 1$, strictement décroissante si $0 < a < 1$.

Application 7.8 : Logarithmes de base a

Calculer $A = \log 0,01 + \log 10000$, $B = \log_3 \frac{1}{27} + \log_2 64$, $C = \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[5]{3}$.

Application 7.9 : Équation avec $\log_a$

Résoudre $\log(x) + 1 = \log(x + 3)$ et $\log_{\frac{1}{2}}(2x + 1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(x + 4)$.

Exercice 7.1 : Vrai ou faux ? ★★★

Dire, en justifiant, si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. Pour tous réels non nuls x, y : $\ln(xy) = \ln x + \ln y$.
2. Pour tout réel $x \neq 0$: $\ln(x^2) = 2 \ln x$.
3. $\ln x < 0 \iff x < 0$.
4. L'équation $\ln(x^2) = \ln x$ a pour unique solution 1.
5. Sur $\mathbb{R}^*$, la fonction $x \mapsto \ln |x|$ a pour dérivée $x \mapsto \frac{1}{x}$.

Exercice 7.2 : Ensembles de définition ★★★

Déterminer l'ensemble de définition de :

1. $f(x) = \ln(2 - 5x)$
2. $f(x) = \ln(x - 2) + \ln x$
3. $f(x) = \ln((x + 1)(x - 3))$
4. $f(x) = \frac{\ln x}{x - 1}$
5. $f(x) = \ln\left(\frac{x - 4}{2 + x}\right)$
6. $f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6)$

Exercice 7.3 : Équations et inéquations ★★★

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $\ln(3x - 2) = \ln(x + 4)$
2. $\ln(2x) \geq \ln \frac{1}{x + 3}$
3. $\ln(x - 1) + \ln(x + 2) = \ln 4$
4. $2(\ln x)^2 - 3 \ln x + 1 = 0$

Exercice 7.4 : Simplifier ★★★

1. Simplifier : $A = \ln 12 - (\ln 2 - \ln 3)$; $B = 2 \ln \frac{7}{3} + 2 \ln 35 - 2 \ln 5 - \ln \frac{1}{9}$; $C = \ln \frac{1}{5} + \ln \frac{5}{6} + \ln 6$;
 $D = \ln \frac{27}{16} - \ln 4 - \frac{4}{3} \ln 3$.
2. Exprimer en fonction de $\ln 3$ et $\ln 5$: $\ln 45$, $\ln \frac{\sqrt{5}}{3}$, $\ln 75$, $\ln \frac{\sqrt{15}}{9}$.
3. Comparer sans calculatrice $a = \ln 13 - \ln 4$ et $b = \ln 7 - \ln 2$.
4. Soient $x, y, z > 0$ avec $\ln x = -\frac{2}{3} \ln y$ et $\ln z = -3$. Calculer $\ln \frac{x^3 y^2}{16 z^4}$.

Exercice 7.5 : Limites ★★★

Calculer :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{2x-7}{x+1} \right)$
4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x^2} + \ln x \right)$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^2$

Exercice 7.6 : Dérivées ★★★

Calculer la dérivée de :

1. $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ sur $\mathbb{R}$
2. $g(x) = x \ln x - x$ sur $]0; +\infty[$
3. $h(x) = \frac{\ln x}{x}$ sur $]0; +\infty[$
4. $k(x) = \ln(\ln x)$ sur $]1; +\infty[$

Exercice 7.7 : Primitives ★★★

Déterminer une primitive de :

1. $\frac{1}{x}$ sur $] -\infty; 0[$
2. $\frac{1}{x \ln x}$ sur $]0; 1[$
3. $\frac{2x+3}{x^2+3x+5}$ sur $\mathbb{R}$
4. $\frac{\ln x}{x}$ sur $]0; +\infty[$
5. $\ln x$ sur $]0; +\infty[$ (utiliser l'exercice précédent)

Exercice 7.8 : Logarithme de base a ★★★

1. Calculer $C = \log_3 \frac{1}{27} + \log_2 64$ et $D = \log_2(8^{-3}) + \log_5(125^{-3})$.
2. Calculer $E = \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[5]{3}$ et $G = \log_9 \sqrt{3} + \log_{\frac{1}{3}} 27$.
3. Résoudre $\log_3(2x-1) - \log_3 x = 1$ et $\log(3x+2) < \log(x+3)$.

Exercice 7.9 : La fonction $x - \ln x$ ★★★

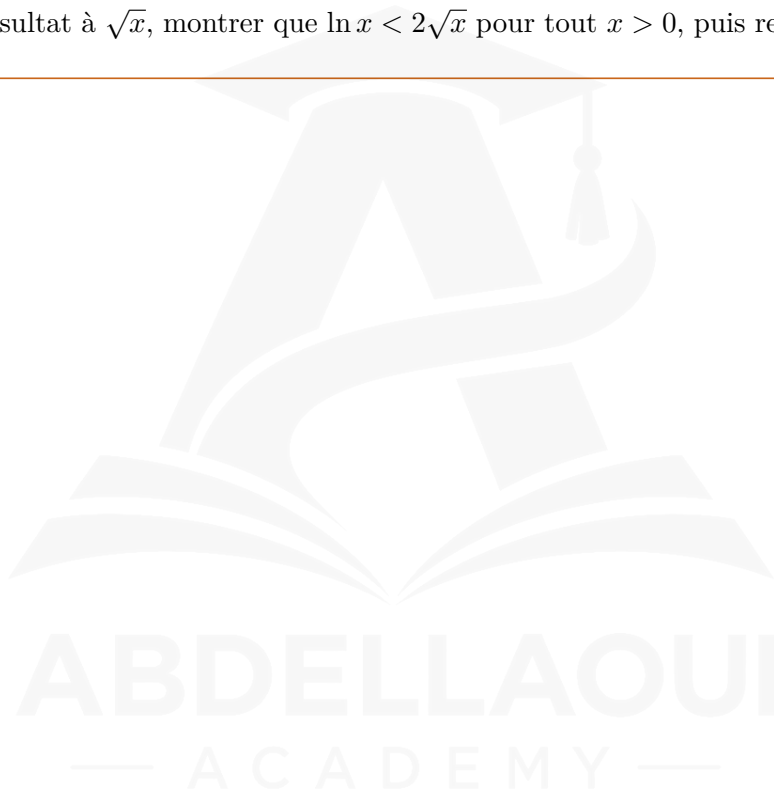
Soit $f(x) = x - \ln x$ sur $]0; +\infty[$.

1. Calculer les limites de f en 0^+ et en $+\infty$. Étudier la branche infinie en $+\infty$.
2. Dresser le tableau de variations de f . En déduire que $f(x) \geq 1$ pour tout $x > 0$.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet exactement deux solutions $\alpha < \beta$ et localiser chacune.
4. Étudier la convexité de $\mathcal{C}_f$.

Exercice 7.10 : Une inégalité classique ★★★

Soit $g(x) = \ln x - x + 1$ sur $]0; +\infty[$.

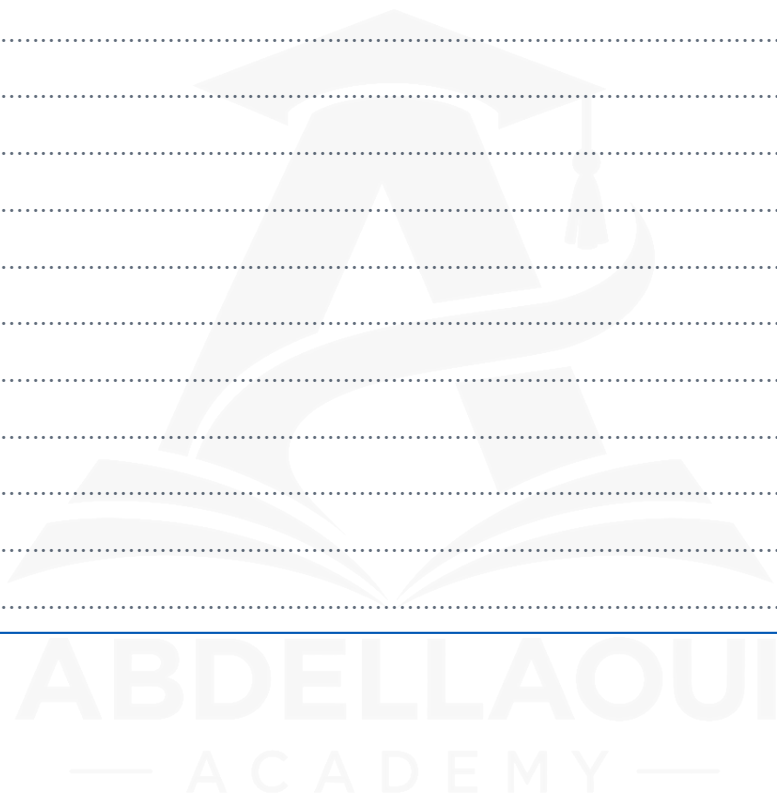
1. Étudier les variations de g et en déduire que $\ln x \leq x - 1$ pour tout $x > 0$.
2. En appliquant ce résultat à $\sqrt{x}$, montrer que $\ln x < 2\sqrt{x}$ pour tout $x > 0$, puis retrouver $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$.



Synthèse 7.1 : Étude complète de $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Soit $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ sur $]0; +\infty[$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère orthonormé.

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Interpréter graphiquement.
2. Montrer que $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ et dresser le tableau de variations de f .
3. Montrer que $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$. Étudier la concavité de $\mathcal{C}_f$ et déterminer son point d'inflexion.
4. Déterminer les points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec les axes et l'équation de la tangente en $x = 1$.
5. Tracer $\mathcal{C}_f$.
6. En déduire que $\ln x \leq \frac{x}{e}$ pour tout $x > 0$.





La fonction logarithme népérien

2 BAC SE · 1 h 30 · Date :

/20

Exercice 7.1 : Vrai ou faux 4 pt

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant brièvement.

4 pt

1. Pour $a > 0$ et $b > 0$: $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$.
2. $\ln \frac{1}{a} = -\ln a$ pour tout $a > 0$.
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$.
4. L'équation $\ln x = -3$ n'a pas de solution.

Exercice 7.2 : Algèbre, équation, inéquation 5 pt

1. Simplifier $A = \ln \sqrt{3 - \sqrt{5}} + \ln \sqrt{3 + \sqrt{5}}$.
2. Résoudre $\ln(2x - 1) = \ln(x + 3)$.
3. Résoudre $\ln(x^2 - x) \leq \ln 2$.

1,5 pt

1,5 pt

2 pt

Exercice 7.3 : Limites et dérivée 5 pt

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2 \ln x)$.
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x)}{x}$.
3. Calculer la dérivée de $h(x) = \ln \left(\frac{x+1}{x-2} \right)$ sur $]2; +\infty[$.

1,5 pt

1,5 pt

2 pt

Exercice 7.4 : Étude d'une fonction 6 pt

Soit $g(x) = x^2 - 2 \ln x$ sur $]0; +\infty[$.

1. Calculer les limites de g en 0^+ et en $+\infty$.
2. Dresser le tableau de variations de g .
3. Étudier la branche infinie de $\mathcal{C}_g$ en $+\infty$.
4. Étudier la convexité de $\mathcal{C}_g$.

1,5 pt

2 pt

1 pt

1,5 pt

