

Applications directes des connaissances

Application directe des connaissances de base vue en classe.

Exercice N° 1 : Primitives d'un polynôme



Soit f la fonction définie par : $f(x) = 8x^3 + 3x^2 + 6x$

- 1 Déterminer toutes les fonctions primitives de f sur $\mathbb{R}$
- 2 Déterminer la fonction primitive G de la fonction f telle que : $G(1) = 6$.

Exercice N° 2 : Primitive avec condition



Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 2x^3 - 5$

- 1 Montrer que la fonction F définie par : $F(x) = 2\sqrt{x} + \frac{1}{2}x^4 - 5x$ est une fonction primitive de f sur $\mathbb{R}_+^*$
- 2 Déterminer toutes les fonctions primitives de f sur $\mathbb{R}$
- 3 Déterminer la fonction primitive G de la fonction f telle que : $G(4) = 10$

Exercice N° 3 : Vérifier une primitive



- 1 Montrer que la fonction : $F : x \mapsto x \cos(x)$ est une fonction primitive de $f : x \mapsto \cos(x) - x \sin(x)$ sur $\mathbb{R}$
- 2 Soient F et G deux fonctions définies par : $F(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ et $G(x) = \frac{x^2 + 7x - 5}{x - 1}$.
Montrer que F et G sont deux fonctions primitive de la même fonction f sur $]0; +\infty[$.

Exercice N° 4 : Primitive et condition



Déterminer la fonction primitive de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ et telle que : $F(0) = 1$

Exercice N° 5 : Primitives usuelles



Déterminer une fonction primitive de la fonction f sur l'intervalle I dans les cas suivantes :

- | | |
|--|---|
| 1 $f(x) = (x + 2)^3$ et $I = \mathbb{R}$ | 2 $f(x) = 2x(x^2 + 1)$ et $I = \mathbb{R}$ |
| 3 $f(x) = 2x(x^2 + 1)^5$ et $I = \mathbb{R}$ | 4 $f(x) = \frac{1}{(x + 1)^2}$ et $I =] - 1; +\infty[$ |
| 5 $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 3}}$ et $I = \mathbb{R}$ | 6 $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$ $I = \mathbb{R}$ |

Exercice N° 6 : Primitives trigonométriques

Déterminer une fonction primitive de la fonction f sur l'intervalle I dans les cas suivantes :

- | | |
|---|---|
| ① $f(x) = \cos(3x)$ et $I = \mathbb{R}$; | ② $f(x) = \sin(4x + \pi)$ et $I = \mathbb{R}$ |
| ③ $f(x) = \cos(2x) + \sin(3x)$ et $I = \mathbb{R}$ | ④ $f(x) = \frac{\cos(x) + x \sin(x)}{x^2}$ et $I =]0; +\infty[$ |
| ⑤ $f(x) = (x^2 + x + 1) \sqrt{x}$ et $I =]0; +\infty[$ | ⑥ $f(x) = 2x \cdot \cos(x) - x^2 \cdot \sin(x)$ et $I = \mathbb{R}$ |

Exercices d'approfondissement

Combiner plusieurs notions, raisonner et rédiger une solution complète.

Exercice N° 7 : Décomposition en éléments

Soit $f : x \mapsto \frac{x^3 - 3x^2 + 7}{(x - 2)^2}$ définie sur $I = [3, +\infty[$.

- ① Déterminer a, b et c de façon que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x - 2)^2}$
- ② Calculer les primitives de f sur $I = [3, +\infty[$.
- ③ En déduire la primitive F de f sachant que $F(3) = \frac{11}{2}$

