

● Applications directes des connaissances ●

Application directe des connaissances de base vue en classe.

Exercice N° 1 : Tirage simultané



Une urne contient 4 boules blanches, 6 boules rouges, 8 boules noires et deux boules jaunes (toutes les boules sont indiscernables au toucher). On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.

- 1 Calculer $\text{Card}(\Omega)$ le nombre des cas possibles .
- 2 Calculer les probabilités des événements suivants :
 - L'événement E : "tirer trois boules blanches "
 - L'événement F : "tirer trois boules rouges "
 - L'événement G : "tirer trois boules noires "
 - L'événement H : "tirer trois boules jaunes "
 - L'événement K : "tirer trois boules de même couleurs "
 - L'événement M : "tirer trois boules différentes de couleurs "
 - L'événement L : "tirer au plus deux boules jaunes "
 - L'événement N : "tirer au moins une boule jaune "

Exercice N° 2 : Trois modes de tirage



Un examen oral de mathématique comporte 5 questions en géométrie, 4 questions en algèbre et 3 questions en analyse. Le jury de l'examen donne l'occasion à un étudiant de tirer trois questions d'un sac contenant les 12 questions proposées . Soient les événements suivants :

- L'événement A : " les trois questions sont en géométrie " .
 - L'événement B : : une seule question pour chaque matière " .
 - L'événement C : : au moins une question en géométrie " .
- 1 Lorsque cet étudiant tire au hasard et simultanément 3 questions, calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.
 - 2 Lorsque cet étudiant tire 3 questions l'une après l'autre sans remise , calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.
 - 3 Lorsque cet étudiant tire 3 questions l'une après l'autre avec remise, calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.

Exercice N° 3 : Jetons colorés

Dans une urne se trouve 9 jetons : quatre jetons rouges numérotés 0, 1, 1, 2 et trois jetons verts numérotés 1, 2, 2 et deux jetons noirs numérotés 1 et 3 .

1 On tire simultanément et au hasard trois jetons de l'urne. On considère les événements suivants :

- L'événement A " Obtenir 3 jetons verts "
- L'événement B " Obtenir 3 jetons de même couleurs "
- L'événement C " Obtenir 3 jetons de couleurs différents "
- L'événement D " Obtenir 3 jetons qui portent le même numéro "
- L'événement E " Obtenir au moins un jeton qui porte le numéro 1 "
- L'événement F " Obtenir au plus un jeton vert "
- L'événement G " Obtenir 3 jetons de couleurs différents deux à deux "

Déterminer La probabilité des événements A, B, C, D, E, F et G .

2 Même question pour le tirage successif de trois jetons avec remise.

3 Même question pour le tirage successif de trois jetons sans remise.

Exercice N° 4 : Probabilités et pourcentages

Dans une classe de terminale 54% aiment le foot-ball et 32% aiment le basket-ball et 15% aiment ces deux sports .On choisie au hasard un élève de cette classe. Quelle est la probabilité des événements suivants :

- 1 L'événement I : "l'élève aime le foot-ball mais pas le basket-ball "
- 2 L'événement J : "l'élève aime le foot-ball ou le basket-ball ou les deux a la fois "
- 3 L'événement K : "l'élève aime une seule sport "
- 4 L'événement L : "l'élève n'aime ni le foot-ball ni le basket-ball "

Exercice N° 5 : Probabilité de $A \cap B$ 

Soit $A, B \subset \Omega$ tels que $p(A) = 0,5, p(B) = 0,4$ et $p(A \cup B) = 0,7$.

- 1 Calculer la probabilité de l'événement $A \cap B$.
- 2 Calculer $p_A(B)$ et $p_B(A)$.

Exercice N° 6 : Probabilités conditionnelles

Une urne contient 25 boules dont 15 boules blanches et 10 boules noires.

On tire au hasard une boule de l'urne puis on tire une autre boule sans remettre la première dedans .

- 1 Sachant que la première boule tirée est blanche, quelle est la probabilité pour que la deuxième soit aussi blanche.
- 2 Sachant que la première boule tirée est noire, quelle est la probabilité pour que la deuxième soit aussi noire .
- 3 Quelle est la probabilité des événements suivants :
 - L'événement E : "On obtient deux boules blanches " .
 - L'événement F : "On obtient deux boules noires " .
 - L'événement G : "On obtient deux boules de couleurs différentes " .

Exercice N° 7 : Pièce et urnes

Ahmed lance une pièce équilibrée à deux faces .

S'il obtient pile, il tire une boule de l'urne U_1 contenant 2 boules blanches et 3 boules rouges . Sinon, il tire de l'urne U_2 contenant 4 boules rouges et 1 boule blanche .

- 1 Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.
- 2 Calculer la probabilité de tirer une boule rouge.
- 3 Calculer la probabilité d'avoir face sachant qu'on tire une boule blanche.

Exercice N° 8 : Trois machines

Une usine produit les lampes par 3 machines : M_1 , M_2 et M_3 .

- La machine M_1 garantit 20% de la production et 5% des lampes sont défectueuses .
- La machine M_2 garantit 30% de la production et 4% des lampes sont défectueuses .
- La machine M_3 garantit 50% de la production et 1% des lampes sont défectueuses.

On a pris d'une manière aléatoire une lampe .

- 1 Quelle est la probabilité des événements suivants :
 - a La lampe sera défectueuse et produite par la machine M_1 .
 - b La lampe sera défectueuse et produite par la machine M_2 .
 - c La lampe sera défectueuse et produite par la machine M_3 .
- 2 En déduire la probabilité de l'événement " la lampe est défectueuse ".
- 3 On a pris au hasard une lampe qui est défectueuse , calculer la probabilité d'avoir une lampe produite par la machine M_1 .

Exercice N° 9 : Indépendants ou incompatibles

A et B deux événements tels que $p(A) = 0.4$ et $p(B) = 0.3$.

- 1 Calculer $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$ sachant que A et B sont indépendants.
- 2 Calculer $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$ sachant que A et B sont incompatibles.

Exercice N° 10 : Jetons et indépendance

Un urne contient neuf jetons indiscernables au toucher : trois jetons blancs numérotés par : 2, 2, 1 et deux jetons jaunes numérotés par : 1, 1 et quatre jetons noirs numérotés par : 1, 1, 1, 2.

On tire au hasard et simultanément trois jetons de l'urne. On considère les événements suivants :

- L'événement A : " les trois jetons tirés ont le même numéro ".
 - L'événement B : " les jetons tirés de couleurs différents deux à deux ".
- 1 Calculer $p(A)$ et $p(B)$ la probabilité des événements A et B .
 - 2 Calculer la probabilité de l'événement $A \cap B$.
 - 3 Est-ce que les événements A et B sont indépendants ? justifier.
 - 4 Calculer la probabilité de l'événement C : "les jetons tirés ont le même numéro sachant que les trois jetons tirés de couleurs différents deux à deux " .

Exercices d'approfondissement*Combiner plusieurs notions, raisonner et rédiger une solution complète.***Exercice N° 11 : Maximum de deux dés**

On lance deux dés cubiques les faces de chacun numérotés de 1 à 6 .

Soit X La variable aléatoire qui associe chaque éventualité par le plus grand des deux nombres obtenus.

Déterminer les valeurs que prend la variable aléatoire X .

Exercice N° 12 : Somme de deux dés

On lance un dé équilibré à 6 face deux fois de suite.

Soit X la variable aléatoire égale à la somme des deux résultats obtenus.

Déterminer les valeurs possible de $X(\Omega)$.

Exercice N° 13 : Loi de probabilité

Une urne contient 5 boules blanches et 3 boules noires indiscernables au toucher.

On tire au hasard et simultanément de l'urne 3 boules et l'on considère la variable aléatoire X définie par " nombre de boules noires parmi les boules tirées ".

- 1 Quelles sont les valeurs prises par X ?
- 2 Déterminer la loi de probabilité de X .
- 3 Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X .

Exercice N° 14 : Boules numérotées

Une urne contient neufs boules numérotées de 1 à 9 (indiscernables au toucher).

On tire de l'urne au hasard trois boules successivement et sans remise.

Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de boules qui portent un chiffre impair

- 1 Calculer $\text{Card}(\Omega)$ et déterminer les valeurs possibles de X .
- 2 Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
- 3 Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$ respectivement l'espérance, la variance et l'écart-type de la variable aléatoire X .

Exercice N° 15 : Urne évolutive

Une urne contient deux boules rouges et trois boules blanches.

On tire au hasard une boule puis on la remet dans l'urne avec deux autres boules de même couleurs et on tire de nouveau . Soit X la variable aléatoire égale le nombre de boules blanches tirées lors des deux tirages.

- 1 Donner la loi de la variable X .
- 2 Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice N° 16 : Épreuves répétées


- 1 On lance une fois un dé cubique équilibré et on considère l'événement suivant : A : " On obtient un diviseur de 3 ". Calculer $p = p(A)$
- 2 On répète cette épreuve quatre fois de suite.
Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois de la réalisation de l'événement A .
Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique et la variance de X .

Exercice N° 17 : Loi binomiale


Une urne contient quatre boules blanches et deux boules noires.

On considère le jeu suivant : " Un joueur tire simultanément deux boules de l'urne, et considéré gagnant s'il tire deux boules de même couleurs ". Mohammed a joué cinq fois ce jeu .

Soit X la variable qui associe chaque résultat par le nombre de fois où Mohammed a gagné le jeu .

- 1 Vérifier que X est une variable aléatoire binomiale en déterminant ses paramètres .
- 2 Calculer la probabilité des événements suivants : $(X = 2)$, $(X = 4)$ et $(X \leq 1)$.
- 3 Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice N° 18 : Tirage de deux boules


Une urne contient 4 boules blanches, 5 boules vertes et 3 boules noires.

On tire simultanément 2 boules de l'urne, on suppose que les boules sont indiscernables au toucher.

- 1 Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - A : " les deux boules sont de même couleur" .
 - B : " les deux boules sont de couleurs différentes".
 - C : " Au moins une boule est verte ".
- 2 On inscrit sur chaque boule blanche le nombre 1, sur chaque boule verte le nombre -1 et sur chaque boule noire le nombre 0 .
On considère la variable aléatoire X qui à chaque tirage fait correspondre la somme de nombre inscrit sur les deux boules tirées.
 - a Déterminer les valeurs que prend X ?
 - b Déterminer la loi de probabilité de X .
 - c Calculer l'espérance mathématique ,la variance et l'écart type de X .

Exercice N° 19 : Synthèse : boules colorées


Une urne contient dix boules : trois boules blanches, trois boules vertes et quatre boules rouges indiscernables au toucher. On tire au hasard simultanément trois boules de l'urne.

- 1 Montrer que $p(A) = \frac{1}{6}$; où A est l'événement "N'obtenir aucune boule rouge"
- 2 Calculer $p(B)$; où B est l'événement "Obtenir trois boules blanches ou trois boules vertes"
- 3 Montrer que $p(C) = \frac{1}{2}$; où C est l'événement "Obtenir exactement une boule rouge"
- 4 Calculer $p(D)$; où D est l'événement "Obtenir au moins deux boules rouges"

Exercice N° 20 : Deux urnes


Une urne U_1 contient trois boules rouges et deux boules noires et une urne U_2 contient trois boules noires et deux boules rouges. On tire une boule de l'urne U_1 et on tire simultanément deux boules de l'urne U_2 . Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

- 1 Calculer la probabilité d'obtenir trois boules rouges.
- 2 Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge sachant que la boule tirée de l'urne U_1 est noire.
- 3 Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de boules noires tirées.
 - a Déterminer la loi de la probabilité de X .
 - b Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice N° 21 : Boules et chiffres


Une urne contient dix boules indiscernables au toucher. six boules blanches portant le chiffre 1 et quatre boules noires dont trois portant le chiffre -1 et une portant le chiffre 1 . On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

- 1 Quelle est le nombres de tirages possibles ?
- 2 Calculer la probabilité des événements suivants :
 - A : "tirage de trois boules de même couleur"
 - B : "tirage de trois boules portant le même chiffre"
- 3 Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le produit des chiffres notés sur les trois boules tirées. Déterminer la loi de la probabilité de X .
- 4 On répète l'expérience aléatoire précédente quatre fois de suite et on remet les boules tirées dans l'urne après chaque tirage de trois boules. Quelle est la probabilité d'obtenir trois boules de même couleur exactement deux fois.

Exercice N° 22 : Dé numéroté


On considère un dé parfait dont les faces sont numérotées par : $-2, 2, 1, 1, 1$ et -1 . On lance ce dé une fois ; et on note le numéro apparu sur la face supérieur.

- 1 Calculer la probabilité des événements suivants :
 - A : "le numéro noté est pair"
 - B : "le numéro noté est positif"
- 2 Calculer $p_A(B)$.
- 3 Est-ce que les deux événements A et B sont indépendants ? justifier votre réponse.
- 4 On lance ce dé cette fois trois fois de suite. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de fois d'apparition d'un nombre pair.
 - a Détermine la loi de probabilité de X .
 - b Calculer la probabilité de l'événement C "on obtient au maximum deux fois un nombre pair"